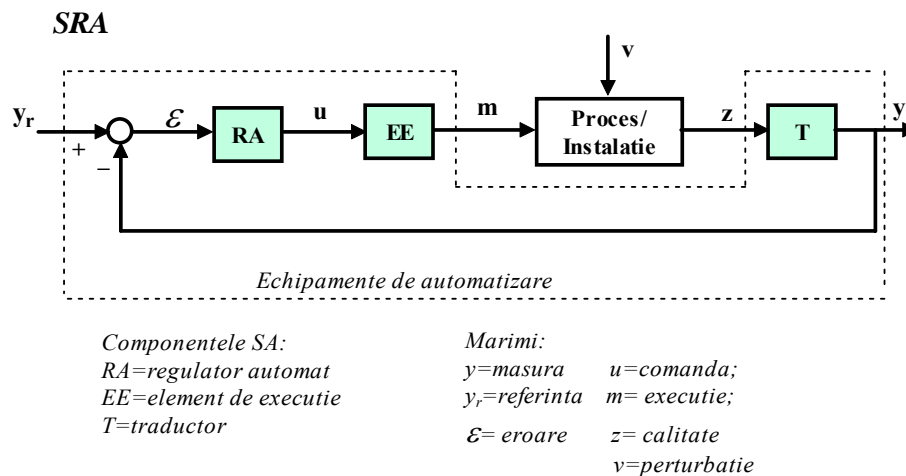


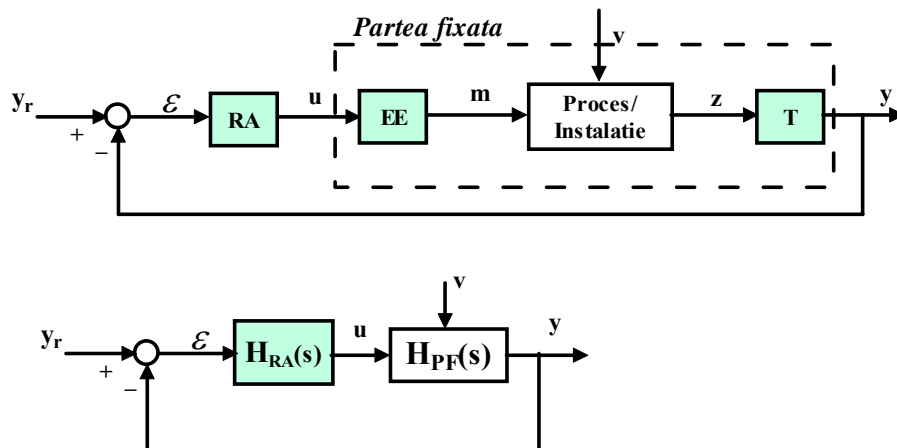
## 6. Sisteme de reglare automată (SRA)

### 6.1. Structură. Mărimi caracteristice. Clasificare

SRA sunt sisteme cu conexiune inversă (cu buclă de reacție sau cu circuit închis) care își decid comportamentul față de mărimile externe pe baza mării de eroare generate în mod automat, cu scopul expres al anulării acesteia. Prin intermediul reacției negative este posibilă pe lângă stabilizarea unor sisteme natural instabile, îmbunătățirea performanțelor sistemului în circuit închis și atenuarea perturbațiilor externe nemăsurabile.



Întrucât, variabilele  $z$  și  $m$  nu sunt specifice fiecărui proces, de cele mai multe ori cele două componente ale structurii prezentate, direct conectate la proces, traductorul și elementul de execuție, pot fi incluse în cadrul obiectului condus rezultând schema funcțională compactă a sistemului automat.



Regulatorul prelucrează referința  $y_r$  și ieșirea măsurată  $y$  sau/și eroarea  $\varepsilon(t) = y_r(t) - y(t)$  după legi bine definite:  $u(t) = f(y_r(t), \varepsilon(t), y(t))$ . Eroarea  $\varepsilon(t)$  se generează automat în cadrul regulatorului.

Se spune ca un SRA îndeplinește *sarcina de reglare* dacă, indiferent de acțiunea mărimilor exogene ce acționează asupra procesului, este îndeplinită condiția de reglare:  $\lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t) = 0$  pentru  $\forall t \in \mathbb{R}$ .

Sistemele de reglare automată se pot clasifica după *obiectivul final al funcției de reglare* în două mari categorii:

- **SRA convenționale:**
  - *sisteme de rejectie a perturbațiilor* (cu referință fixă): în acest caz, SRA asigură funcționarea procesului într-un regim staționar fixat prin  $y_r(t) = ct$ , indiferent de acțiunea perturbațiilor aditive;
  - *sisteme de urmarire* (cu referință variabilă): funcția de reglare are ca efect final urmărirea cât mai fidelă de către mărimea măsurată a mărimumii de referință;
- **SRA specializate:** *adaptive, optimale sau extreme.*

Sistemele de reglare automată se pot clasifica și în funcție de:

a) *viteza de variație a mărimumii de la ieșire* (viteza de răspuns a obiectului condus):

- SRA pentru procese lente: sunt cele mai răspândite datorită faptului că instalațiile tehnologice industriale se caracterizează printr-o anumită inerție;
- SRA pentru procese rapide: sunt cele destinate, de exemplu, mașinilor și acționărilor electrice (reglarea turației motoarelor, reglarea tensiunii generatoarelor).

b) *numărul de intrări și de ieșiri:*

- SRA cu o singură mărime de intrare și o singură mărime de ieșire (mărimea comandată sau mărimea reglată);
- SRA cu mai multe intrări și ieșiri (cazul sistemelor de reglare multivariabile),

c) *natura comenzii:*

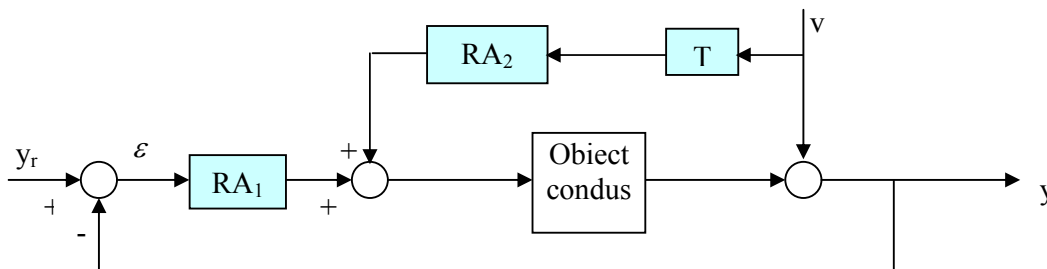
- SRA cu comandă continuă, la care mărimea de ieșire a fiecărui element component este o funcție continuă de mărimea sa de intrare;
- SRA cu acțiuni discontinuă (discretă), la care mărimea de ieșire a regulatorului este reprezentată de o succesiune de impulsuri de comandă, fie modulate în amplitudine sau durată (sistemele cu impulsuri), fie codificate (cazul sistemelor numerice),

d) *gradul de complexitate al schemei bloc:*

- SRA cu o singură buclă de reglare;
- SRA cu mai multe bucle de reglare (de exemplu sistemele de reglare în cascadă).

În cazul în care mărimile perturbatoare sunt accesibile măsurării, funcția de reglare se poate realiza prin elaborarea unor comenzi în funcție de perturbație, rezultând un **SRA cu acțiune directă**.

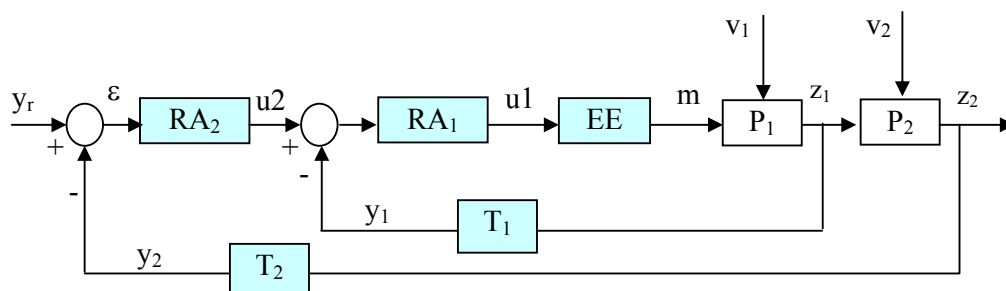
Dacă se urmărește atât compensarea acțiunii perturbației cât și realizarea funcției de reglare în raport cu referința  $y_r(t)$ , se poate alcătui o structură de **sistem de reglare combinată**.



*SRA combinat (reglare după referință și perturbație)*

O asemenea structură permite realizarea funcției de reglare pe baza unor decizii elaborate atât în funcție de eroarea  $\varepsilon(t)$  – regulatorul  $RA_1$ , cât și în funcție de perturbația  $v(t)$  accesibilă măsurării – regulatorul  $RA_2$ .

Structura *sistemului de reglare în cascadă* este o structura de SRA cu largă aplicabilitate



*Structura sistemului de reglare în cascadă a două variabile  $z_1$  și  $z_2$*

Admițând că procesul condus poate fi descompus în subprocese interconectate cauzal, cu variabile intermediare accesibile măsurării, se poate alcătui o structură de reglare în cascadă folosind un număr de regulatoare egal cu numărul variabilelor măsurate din proces.

Cele două subprocese sunt conectate cauzal, mărimea de execuție (unică) determinând cauzal evoluția variabilei intermediare  $z_1$ , care, la rândul ei, determină cauzal evoluția variabilei de ieșire din proces.

Regulatorul  $RA_1$  este destinat reglării variabilei  $z_1$  și compensării acțiunii perturbației  $v_1$ , iar regulatorul principal  $RA_2$  are rolul de a asigura realizarea funcției de reglare în raport cu referința  $y_r$ , furnizând în acest scop referința pentru regulatorul secundar  $RA_1$ . Cele două regulatoare din cadrul acestei structuri funcționează în regim de urmărire.

Procesele supuse automatizării evoluează cel mai adesea într-un context perturbator, cu pronunțate incertitudini, ceea ce impune adaptarea unor structuri de sisteme evaluate **de conducere adaptivă și optimală**.

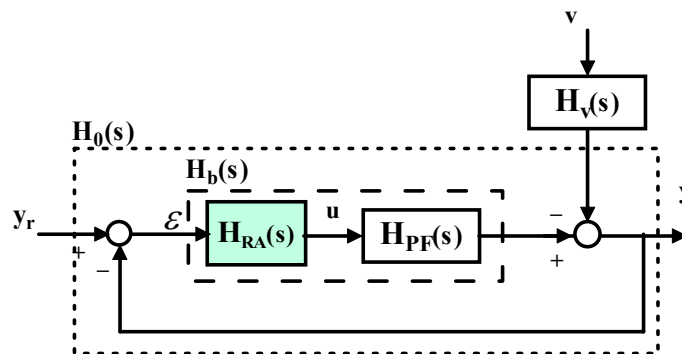
## 6.2. Problema reglării. Analiza SRA

Problema reglării constă în determinarea regulatorului astfel încât sistemul rezultat în buclă închisă să posede simultan următoarele proprietăți:

(S) proprietatea de stabilitate a buclei de reglare

(R) proprietatea de reglare, adică  $\lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t) = 0$  pentru  $\forall y_r, v \in \mathfrak{R}$

Problema reglării poate fi reformulată și în termenii funcției de transfer. Astfel trebuind să se determine funcția de transfer a regulatorului (compensatorului)  $H_{RA}(s) = \frac{u(s)}{\varepsilon(s)}$  care să confere sistemului în buclă închisă proprietățile (S) și (R).



Se introduc următoarele funcții de transfer reprezentative:

-funcția de transfer în circuit deschis  $H_b(s) = \left. \frac{y(s)}{\varepsilon(s)} \right|_{v=0} = H_{RA}(s) \cdot H_{PF}(s)$

-funcția de transfer în circuit închis  $H_0(s) = \left. \frac{y(s)}{y_r(s)} \right|_{v=0} = \frac{H_b(s)}{1 + H_b(s)}$

-funcția de transfer a erorii  $H_\varepsilon(s) = \frac{\varepsilon(s)}{y_r(s)} = \frac{1}{1 + H_b(s)}$

-funcția de transfer a perturbației  $H_p(s) = \left. \frac{y(s)}{v(s)} \right|_{y_r=0} = \frac{H_v(s)}{1 + H_b(s)}$

În cazul aplicațiilor concrete se impun SRA proprietăți suplimentare celor fundamentale, proprietăți ce explicitează așa numita calitate a reglării. Această calitate este descrisă printr-o clasă de indici sintetici ce caracterizează performanțele SRA. Definierea indicilor de calitate, deci a performanțelor și aprecierea lor într-o manieră inginerescă reprezintă obiectul analizei SRA.

Analiza SRA constă în aprecierea următoarelor performanțe:

- a) stabilitatea (asimptotică internă)
- b) performanțele regimului staționar
- c) performanțele regimului dinamic (tranzitoriu)
- d) precizia SRA

Aprecierea acestor performanțe pentru sistemul în circuit închis se face pe baza specificațiilor sistemului în circuit deschis, adică ale lui  $H_b(s)$ .

### 6.3. Stabilitatea SRA

Stabilitatea fiind un indice global de calitate, care caracterizează în sensul cel mai larg performanțele unui sistem, trebuie testată înainte de a aprecia orice indice de calitate.

Pentru SRA aprecierea stabilității se poate face fie direct prin analiza apartenenței la  $C^-$  a polilor sau a valorilor proprii ale sistemului în circuit închis, fie cu ajutorul criteriului Routh-Hurwitz. O altă posibilitate este analiza în frecvență prin criteriile Nyquist și Bode.

Criteriile de stabilitate pornesc de la observația că:

$$\sigma(A) = \mathcal{P}[H_0(s)] = \mathcal{Z}[1 + H_b(s)] \subset C^-$$

$$\text{unde } H_0(s) = \frac{H_b(s)}{1 + H_b(s)}.$$

Stabilitatea SRA poate fi analizată prin *Criteriul Nyquist* pe baza hodografului funcției de transfer din bucla  $H_b(s)$ . Se trasează hodograful pentru  $H_b(s)$  și se analizează stabilitatea pentru  $H_0(s) = \frac{H_b(s)}{1 + H_b(s)}$ .

*Criteriul Nyquist generalizat:*

Condiția necesară și suficientă ca un SRA să fie stabil este ca locul de transfer (hodograful) lui  $H_b(s)$  să înconjoare punctul critic  $(-1, j0)$  în sens trigonometric de atâtea ori câți poli are  $H_0(s)$  în interiorul conturului Nyquist.

Dacă sistemul este stabil în circuit deschis, se poate aplica *Criteriul Nyquist simplificat:*

Condiția necesară și suficientă ca un SRA să fie stabil este ca hodograful lui  $H_b(s)$  să nu înconjoare punctul critic  $(-1, j0)$  (se consideră  $H_b(s)$  stabil).

*Criteriul Bode*

Acest criteriu analizează stabilitatea SRA pe baza caracteristicilor semilogaritmice ale funcției de transfer din bucla deschisă  $H_b(s)$ , permițând determinarea rezervei de stabilitate a sistemului în buclă închisă  $H_0(s)$ .

Rezerva de stabilitate a unui SRA se evaluează prin două mărimi caracteristice:

- marginea de amplitudine (rezerva de stabilitate în modul)

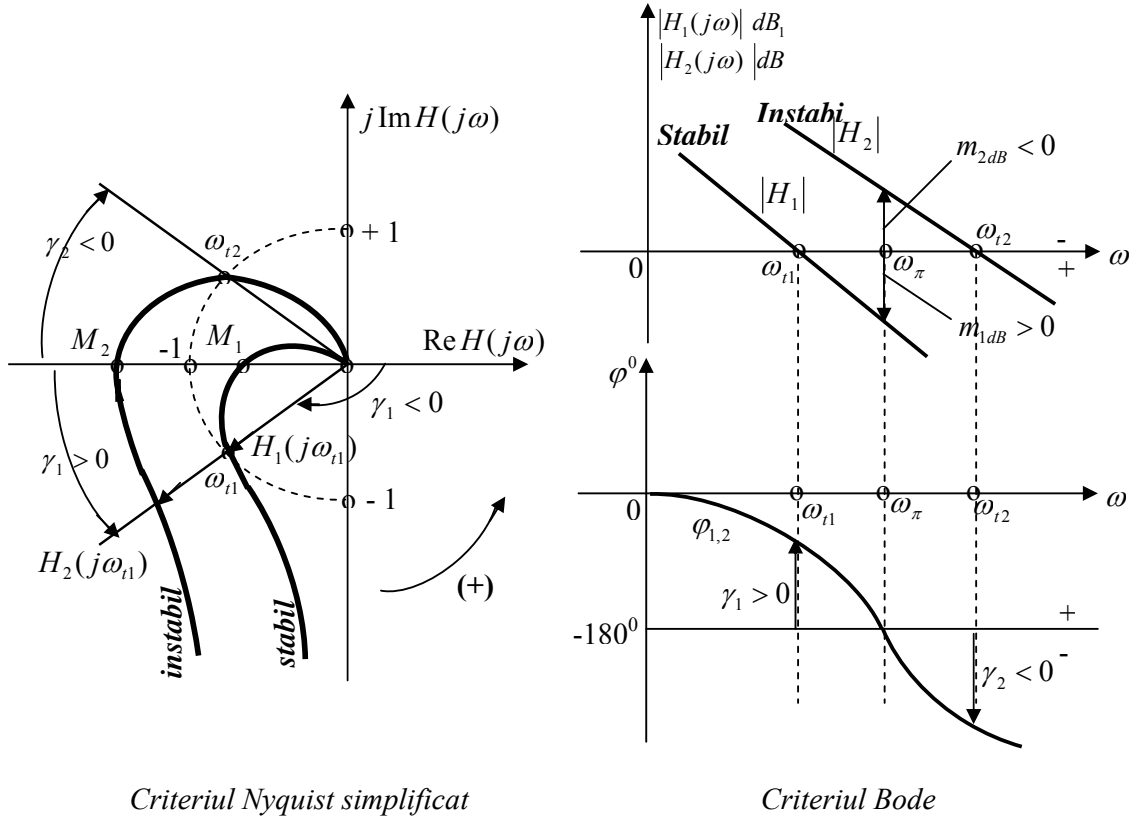
$$m_{dB} = -|H_b(j\omega_{\Pi})|_{dB}$$

- marginea de fază (rezerva de stabilitate în fază)

$$\gamma = 180^\circ + \varphi(\omega_t)$$

unde  $\omega_t$  este pulsația de tăiere ( $|H_b(j\omega_t)|_{dB} = 0$ ) iar  $\omega_{\Pi}$  pulsația la care sistemul  $H_b(s)$  are o fază egală cu  $-\Pi$ .

Criteriul Bode reprezintă transpunerea în scara logaritmică a criteriului Nyquist simplificat. El se exprimă astfel: *Condiția necesară și suficientă ca un SRA să fie stabil este ca reprezentarea fază-pulsație să intersecteze axa  $\omega$  într-un punct situat după intersecția cu aceeași axă a reprezentării amplitudine pulsație (deci  $\omega_{II} > \omega$ ).*



Practica arată că stabilitatea internă este asigurată pentru:

$$m_{dB} = \begin{cases} -12 \div 20 \text{ dB} & \text{pentru comportarea la referinta} \\ 3.5 \div 9.5 \text{ dB} & \text{pentru comportarea la perturbatie} \end{cases}$$

$$\varphi = \begin{cases} 40^\circ \div 60^\circ & \text{pentru comportarea la referinta} \\ 20^\circ \div 50^\circ & \text{pentru comportarea la perturbatie} \end{cases}$$

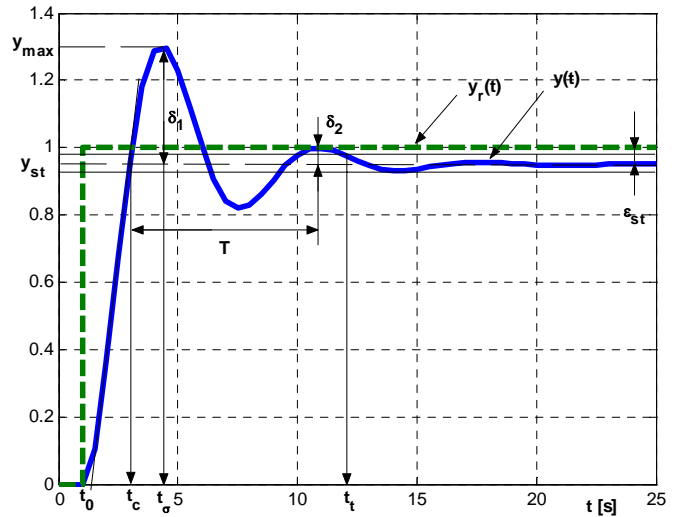


## 6.4. Performanțele SRA în regim dinamic

Aprecierea acestor indici de calitate se face pe baza răspunsului indicial al SRA, deci a funcției de transfer în circuit închis:

- *suprareglajul*  $\sigma = \frac{y_{\max} - y_{st}}{y_{st}}$
- *indicele de oscilație*  $\Psi$  reprezintă variația relativă a amplitudinilor a două depășiri succesive de același semn a valorii de regim staționar,

$$\Psi = \frac{\delta_1 - \delta_2}{\delta_1} = 1 - \frac{\delta_2}{\delta_1}$$



- *timpul primului maxim* sau de atingere a abaterii maxime a mărimii de ieșire în regim tranzitoriu  $t_{\sigma}$ ;
- *durata regimului tranzitoriu*  $t_t$  definită prin timpul ce se scurge din momentul aplicării excitației (intrarea) pe canalul de referință și pînă cînd ieșirea intră într-o bandă de  $\pm(2 \div 5)\%y_{st}$ ;
- *perioada oscilațiilor*  $T$  pentru regimul oscilant amortizat  $T = \frac{1}{\omega_n}$
- *numarul de oscilații*  $N$  dacă răspunsul traversează de un număr finit de ori componenta staționară;

Pe lângă acești indici de calitate principali, se mai pot defini și alții cum ar fi:

- timpul de stabilire: momentul în care se atinge pentru prima dată valoarea staționară a ieșirii;

- timpul de creștere: valoarea subtangentei dusă la  $y(t)$  la  $0,5 y_{st}$ , tangenta fiind limitată de axa  $t$  și de axa  $y_s$ .

Performanțele regimului staționar:

- *eroarea staționară* - valoarea erorii de reglare în regim staționar (neperturbat, stabilizat)

$$\varepsilon_{st} = \lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} (y_r(t) - y(t)) = \lim_{s \rightarrow 0} s \varepsilon(s)$$

Se pot evalua performanțele SRA în domeniul frecvenței:

1. Pe baza funcției de transfer în circuit închis  $H_0(s)$

- *banda de trecere*  $\omega_B$  este intervalul de pulsație (frecvență) pentru care amplitudinea  $|H_0(j\omega)| > 0.707$
- *pulsația de rezonanță*  $\omega_R$  este pulsație la care amplitudinea răspunsului în frecvență este maximă  $A_{max}$
- *factorul de rezonanță*  $Q_R = \frac{A_{max}}{A_0} = \frac{A(\omega_R)}{A(0)}$

2. Pe baza funcției de transfer în circuit deschis  $H_b(s)$

- *pulsația de tăiere*  $\omega_t$
- *marginea (sau rezerva) de amplitudine și de fază*  
 $m_{dB} = -|H_b(j\omega_t)|_{dB}$ ,  $\gamma = 180^\circ + \varphi(\omega_t)$
- *panta asimptotei de joasă* ( $-q \cdot 20 \text{ dB/dec}$ ) și *de înaltă frecvență* ( $-e \cdot 20 \text{ dB/dec}$ )

## 6.5. Precizia SRA

Un SRA este precis relativ la mărimea de referință  $y_r(s) = \frac{1}{s^\rho}$ ,  $\rho \geq 1$  și în absența perturbațiilor ( $v(t)=0$ ) se obține:  $\varepsilon_{st} = \lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t) = 0$

Dacă se consideră funcția de transfer în circuit deschis de forma  $H_b(s) = \frac{K}{s^q} \cdot G(s)$  cu  $G(0)=1$  și  $q$  tipul funcției de transfer, se poate evalua eroarea staționară:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{st} &= \lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \varepsilon(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot y_r(s) \cdot H_\varepsilon(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{1}{s^\rho} \cdot \frac{1}{1 + H_b(s)} \\ &= \lim_{s \rightarrow 0} s^{1-\rho} \cdot \frac{1}{1 + \frac{K}{s^q} \cdot G(s)} = \lim_{s \rightarrow 0} s^{1-\rho} \cdot \frac{s^q}{s^q + K \cdot G(s)} = \lim_{s \rightarrow 0} s^{q-\rho+1} \cdot \frac{1}{s^q + K \cdot G(s)} \end{aligned}$$

Pentru ca  $\varepsilon_{st} \rightarrow 0$  trebuie ca  $q - \rho + 1 \geq 1$  sau  $q \geq \rho$ .

În concluzie, SRA este precis la referință  $y_r(s) = \frac{1}{s^\rho}$ ,  $\rho \geq 1$  în absența perturbațiilor dacă și numai dacă  $H_b(s)$  este de tip  $q$  cel puțin egal sau mai mare decât  $\rho$ .

Dacă de exemplu funcția de transfer a sistemului în circuit deschis  $H_b(s)$  nu are poli în origine,  $q=0$  și la intrarea sistemului se aplică un semnal treaptă,  $\rho=1$  sistemul nu este precis, iar eroarea staționară este:

$$\varepsilon_{st} = \lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s^{q-\rho+1} \cdot \frac{1}{s^q + K \cdot G(s)} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{s + K \cdot G(s)} = \frac{1}{K}$$

Astfel dacă sistemul nu este precis eroarea staționară este invers proporțională cu factorul de amplificarea al sistemului în circuit deschis.