2. SISTEME DINAMICE

2.1. Procese si sisteme dinamice. Model.

Un *sistem* este un ansamblu de obiecte delimitat de mediul înconjurător printr-o suprafaţă reală sau imaginară, ansamblu ale cărui elemente se află în interacţiune şi servesc îndeplinirii unui anumit obiectiv.

Ex: motor, schimbator de caldura, centrala electrica

Sistemul constă, deci, pe de-o parte din *elemente* (care ele însele pot fi sisteme, aşa-numite "subsisteme") şi pe de altă parte din *relaţii între elemente* şi *relaţii cu mediul exterior*. Dacă se cunosc elementele sistemului şi relaţiile între acestea, atunci se poate spune că se cunoaşte sistemul şi comportarea sa.

Un *proces* este caracterizat prin transformarea şi/sau transportul de materie, energie şi/sau informaţie.

Ex : schimbul de caldura, producerea de energie electrică

Un *proces tehnic* este un ansamblu complex de fenomene create de regulă de către om cu un scop bine determinat, ansamblu ce pune în evidenţă schimburile de materii prime şi/sau energie.

Ex : reglarea temperaturii unui agent termic

Studiul analitic al procesului reprezintă stabilirea structurii acestuia şi a interdependenței dintre mărimile sale de stare pe baza legilor naturale cunoscute (*modelare*)

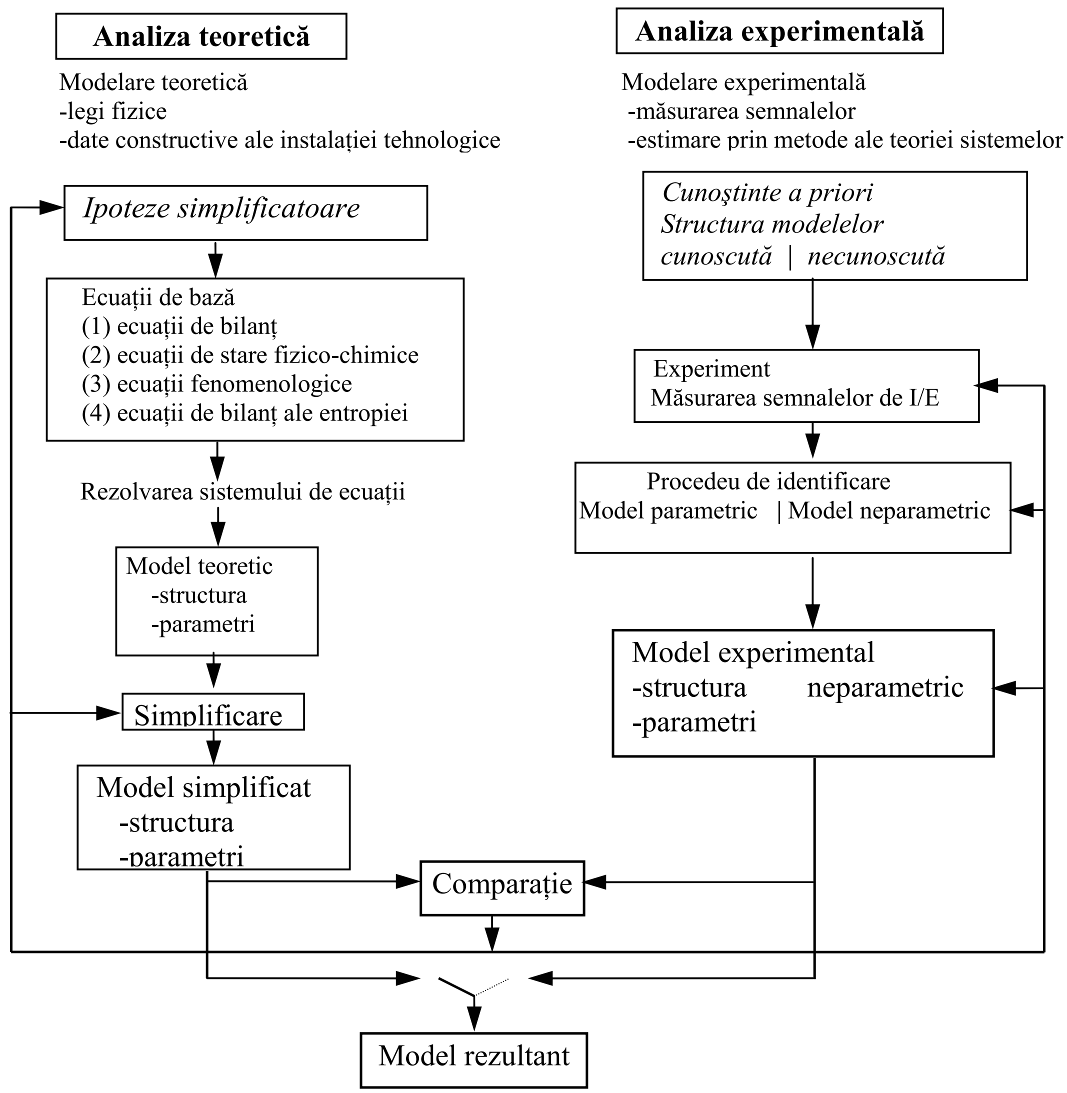
Studiul empiric al unui proces se realizează prin stabilirea structurii procesului şi a interdependențelor dintre mărimile sale de stare pe baza experienței obținute prin observații. (*identificare*)

Un *model al procesului* este reproducerea sau descrierea unui proces pe baza rezultatelor unui studiu de proces. În cazul reproducerii este vorba despre un *model fizic*, iar în cazul descrierii aceasta se poate realiza printr-o schemă funcțională sau un *model matematic*.

Modelul matematic al procesului este o reprezentare a sistemului real prin ecuații matematice, formule, tabele numerice etc., ce înglobează anumite proprietăți ale sistemului considerat. Fiecare model reflectă deci doar anumite proprietăți ale "originalului", celelalte fiind neglijate datorită faptului că ele nu pot fi descrise, nu interesează sau sunt chiar nedorite într-un caz concret.

Modelul matematic trebuie să fie cât mai exact, deci să descrie cât mai fidel procesul respectiv, şi în acelaşi timp să fie cât mai simplu pentru a putea fi implementat pe echipamente numerice de calcul.

Elaborarea modelului matematic



Modelare

- Stuctura modelului rezultă din legi naturale.
- Se descrie comportarea mărimilor de stare interne şi a celor de intrare/ieşire.
- Parametrii modelului sunt funcții de mărimile sistemului.
- Modelul este valabil pentru întreaga clasă a unui tip de proces şi pentru diverse regimuri de funcționare. Multe mărimi ale procesului sunt cunoscute doar inexact.
- Modelul poate fi construit şi pentru un sistem care nu există în realitate.
- Principalele procese interne ale sistemului trebuie să fie cunoscute şi să poată fi descrise matematic.
- Necesită în general un timp de lucru îndelungat.

Identificare

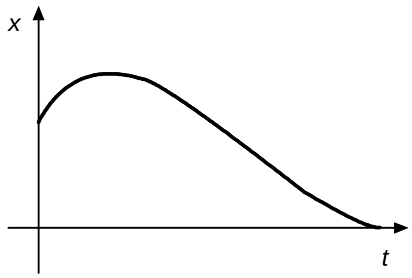
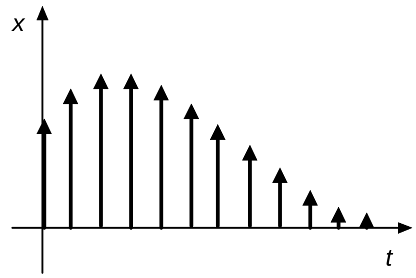
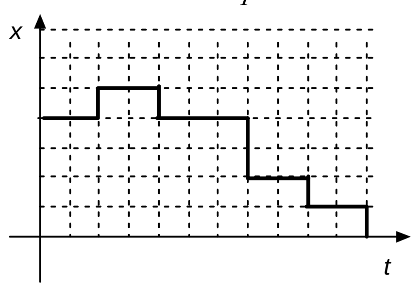
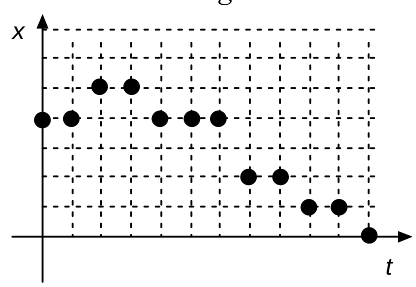
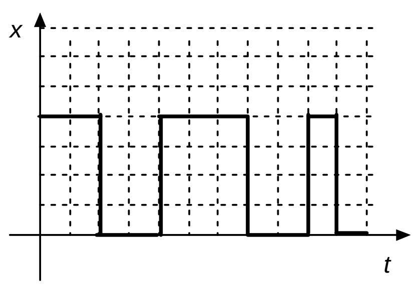
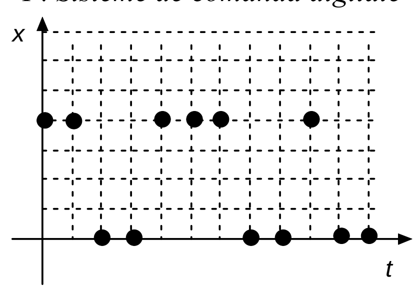
- Structura modelului este presupusă.
- Se identifică doar comportarea mărimilor de intrare/ieşire.
- Parametrii modelului sunt simple valori numerice, care în general nu au legatură cu mărimile fizice ale sistemului.
- Modelul e valabil numai pentru procesul studiat şi pentru un anumit regim de funcționare, în schimb el poate descrie comportarea acestuia relativ exact.
- Modelul poate fi construit numai pentru un sistem existent în realitate.
- Procesele interne ale sistemului nu trebuie neapărat să fie cunoscute.
- Necesită în general un timp de lucru relativ scurt.
- Pentru că metodele de identificare nu depind de fiecare sistem în parte, un program software de identificare odată stabilit poate fi utilizat pentru mai multe sisteme.

2.2. Clasificarea sitemelor

1. ***Sisteme liniare*** ***Sisteme neliniare***
2. ***Sisteme continue***
Sisteme discrete
3. ***Sisteme deterministe***
Sisteme nedeterministe
4. ***Sisteme cu parametrii concentrati***
Sisteme cu parametrii distribuiti
5. ***Sisteme invariabile in timp***
Sisteme variabile in timp
6. ***Sisteme cauzale***
7. ***Sisteme stabile***
Sisteme instabile
8. ***Sisteme monovariabile***
Sisteme multivariabil

SEMNALE : mărimi fizice ce caracterizează fenomenele din proces. Ele sunt purtătoare de informații.

Tipuri de semnale

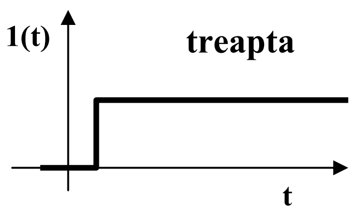
Timp (t) / Amplitudine (x)	Timp continuu	Timp discret
Amplitudine continuă	*A. Sisteme continue*  	*B. Sisteme cu eşantionare* 
Amplitudine discretă	*C. Sisteme tip releu*  	*D. Sisteme de reglare numerice* 
Amplitudine binară	*E. Sisteme de comutare binare*  	*F. Sisteme de comandă digitale* 

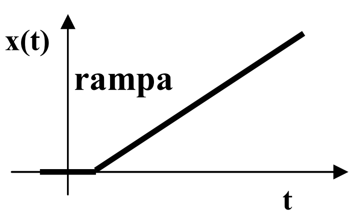
SEMNALE

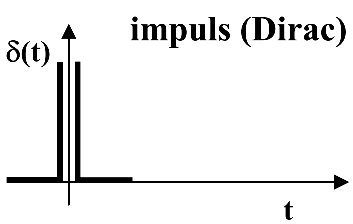
<table>
<tr><th>• Deterministe</th><th>• Stohastice</th></tr>
<tr><td>

pot fi descrise analitic *x=f(t)*

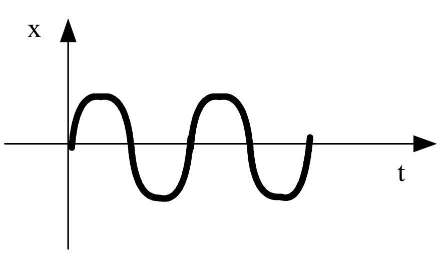
- ***neperiodice***





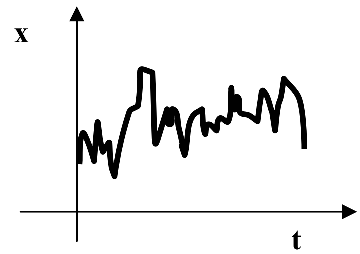


- ***periodic armonic***



</td><td>

nu pot fi descrise analitic

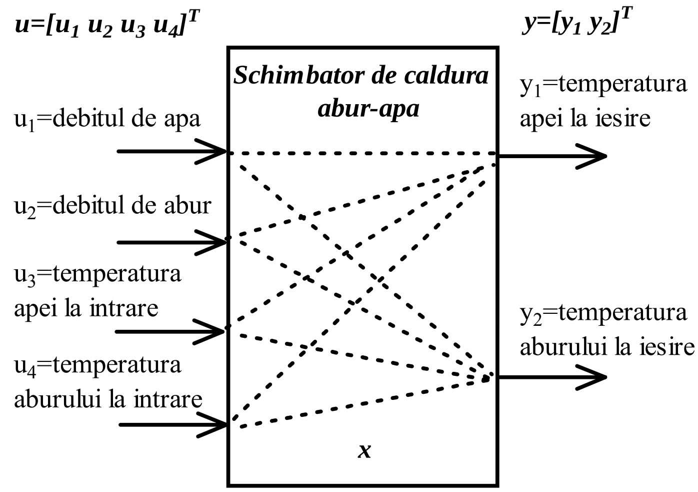


</td></tr>
</table>

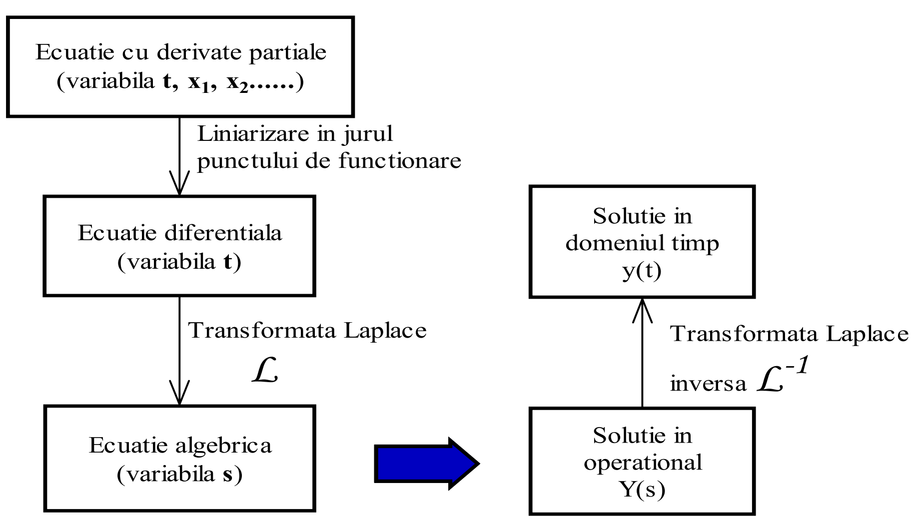
La sistemele cu *parametri distribuiți* trebuie luată în considerare dependența de spațiu şi timp. Acest lucru conduce de regulă la ecuații diferențiale cu derivate parțiale.

Când dependența de spațiu poate fi neglijată, sistemele pot fi considerate cu *parametri concentrați*. Ele vor fi descrise prin ecuații diferențiale obişnuite dependente de timp.

Sisteme mono şi multi variabile



Moduri de reprezentare a sistemelor



Moduri de reprezentare a sistemelor

- ecuații cu derivate partiale $\Rightarrow$ liniarizare

$$\boxed{\begin{array}{l} \dfrac{dx}{dt}=f(x,u) \quad cu \quad \begin{array}{l} x=\Delta x+x_0 \\ u=\Delta u+u_0 \end{array} \\ atunci \quad \dfrac{dx}{dt}=\dfrac{d\Delta x}{dt}=\left.\dfrac{\partial f}{\partial x}\right|_{\substack{echilibru \\ x=x_0}}\cdot\Delta x+\left.\dfrac{\partial f}{\partial u}\right|_{\substack{echilibru \\ u=u_0}}\cdot\Delta u \end{array}}$$

- ecuații diferențiale $\Rightarrow$ funcții de transfer

$$\frac{d^n y(t)}{dt^n}+a_{n-1}\frac{d^{n-1}y(t)}{dt^{n-1}}+...+a_1\frac{dy(t)}{dt}+a_0 y(t)=b_{m-1}\frac{d^{m-1}u(t)}{dt^{m-1}}+...+b_1\frac{du(t)}{dt}+b_0u(t)$$

$$a_i,b_j\in\mathbb{R},\quad i=\overline{0,n-1}\quad j=\overline{0,m-1}$$

unde $\mathbb{R}$ este mulțimea numerelor reale şi $t\in\mathbb{R}$ este variabila timp

Se aplica transformata Laplace în ambii membrii ai ecuației în condiții inițiale nule :

$$s^n\cdot y(s)+a_{n-1}\cdot s^{n-1}\cdot y(s)+...+a_1\cdot s\cdot y(s)+a_0\cdot y(s)=b_{m-1}\cdot s^{m-1}\cdot u(s)+...+b_1\cdot s\cdot u(s)+b_0\cdot u(s)$$

$$y(s)\left(s^n+a_{n-1}\cdot s^{n-1}+...+a_1\cdot s+a_0\right)=u(s)\left(b_{m-1}\cdot s^{m-1}+...+b_1\cdot s+b_0\right)\ ;m\le n$$

$$H(s)=\frac{Y(s)}{U(s)}=\frac{b_{m-1}\cdot s^{m-1}+...+b_1\cdot s+b_0}{s^n+a_{n-1}\cdot s^{n-1}+...+a_1\cdot s+a_0}$$

unde : $Y(s)=\mathcal{L}\{y(t)\}$; $U(s)=\mathcal{L}\{u(t)\}$ iar $s=\sigma+j\omega$

- sistem de ecuații diferențiale $\Rightarrow$ ecuații de stare

$$\begin{cases} \dfrac{d\bar{x}(t)}{dt}=A\cdot\bar{x}(t)+B\bar{u}(t)+E\bar{v}(t) \\ \bar{y}(t)=C\cdot\bar{x}(t)+D\bar{u}(t) \end{cases}\ \text{unde}\ \begin{array}{l} \bar{x}(t)=\left[x_1(t)\quad x_2(t)\quad ...\quad x_n(t)\right]^T \\ \bar{u}(t)=\left[u_1(t)\quad u_2(t)\quad ...\quad u_m(t)\right]^T \\ \bar{y}(t)=\left[y_1(t)\quad y_2(t)\quad ...\quad y_k(t)\right]^T \\ \bar{v}(t)=\left[v_1(t)\quad v_2(t)\quad ...\quad v_l(t)\right]^T \end{array}\ \text{şi}\ \begin{array}{l} A\in\Re^{n\times n} \\ B\in\Re^{n\times m} \\ C\in\Re^{k\times n} \\ D\in\Re^{k\times m} \\ E\in\Re^{n\times l} \end{array}$$

Se aplica transformata Laplace sistemului în condiții inițiale nule :

$$\begin{cases} s\cdot\bar{X}(s)=A\cdot\bar{X}(s)+B\cdot\bar{U}(s)+E\cdot\bar{V}(s) \\ \bar{Y}(s)=C\cdot\bar{X}(s)+D\cdot\bar{U}(s) \end{cases}\Rightarrow\begin{cases} \left(s\cdot I_n-A\right)\cdot\bar{X}(s)=B\cdot\bar{U}(s)+E\cdot\bar{V}(s) \\ \bar{Y}(s)=C\cdot\bar{X}(s)+D\cdot\bar{U}(s) \end{cases}$$

$$\Rightarrow\begin{cases} \bar{X}(s)=\left(s\cdot I_n-A\right)^{-1}\cdot B\cdot\bar{U}(s)+\left(s\cdot I_n-A\right)^{-1}\cdot E\cdot\bar{V}(s) \\ \bar{Y}(s)=\left(C\cdot\left(s\cdot I_n-A\right)^{-1}\cdot B+D\right)\cdot\bar{U}(s)+\left(s\cdot I_n-A\right)^{-1}\cdot E\cdot\bar{V}(s) \end{cases}$$