

LUCRAREA nr.6:

Sinteza SRA. Criteriul Ziegler-Nichols

1. Scopul lucrării

În practica industrială apar frecvent probleme privind sinteza compensatoarelor în cazul unor instalații relativ simple, caracterizabile printr-un model matematic cu complexitate redusă și pentru care performanțele sunt puțin restrictive. În astfel de cazuri sunt prezentate compensatoare cu o construcție standardizată (regulate PID). Sinteza compensatorului într-o astfel de situație constă în alegerea structurii și a parametrilor dispozitivului de reglare. Cea mai simplă procedură de alegere a parametrilor constă în utilizarea unor criterii practice, care pe baza unor fundamentări teoretice, permit stabilirea unor formule de calcul a parametrilor regulatorului utilizând date preluate din analiza procesului automatizat.

În această lucrare prezentăm un criteriu de acest gen și anume criteriul Ziegler-Nichols. În formă originală, criteriul a fost propus în 1942 de către Yohu G. Ziegler și Mathaniel B. Nichols și rămâne cel mai utilizat criteriu de acordare practică a reguletoarelor.

2. Formularea problemei

Criteriul este aplicabil în forma clasică pe o structură simplă de sistem de reglare automată cu o singură mărime de intrare și o singură mărime de ieșire (*Figura 1*).

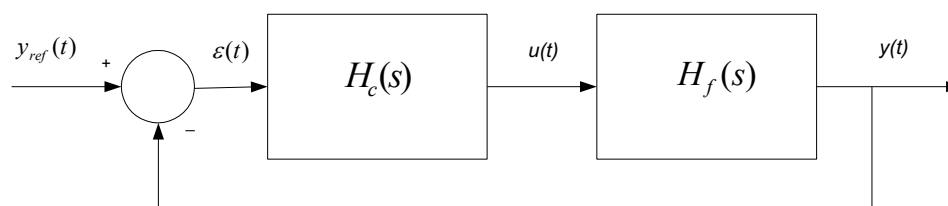


Fig. 1. Schema bloc a sistemului de reglare automată

$H_f(s)$ – reprezintă partea fixată a sistemului de reglare automată

$H_c(s)$ – funcția de transfer a sistemului compensator.

În acest caz sistemul compensator este un regulator PID pentru care dependența dinamică între mărimea de comandă $u(t)$ și mărimea de eroare este de forma:

$$u(t) = K_p \varepsilon(t) + K_I \int_0^t \varepsilon(t) dt + K_D \frac{d\varepsilon(t)}{dt} \quad (1)$$

unde : $u(t)$ reprezintă mărimea de comandă (ieșirea regulatorului);

$\varepsilon(t) = y_{ref}(t) - y(t)$ este mărimea de eroare;

K_p - constanta de proporționalitate;

K_I - constanta de integrare;

K_D - constanta de derivare.

Expresia este prezentată pentru sisteme cu acțiune inversă. În cazul în care sistemul este cu acțiune directă

$$\varepsilon(t) = y(t) - y_{ref}(t)$$

Relatia (1) anterior definită este folosită pentru alegerile de tip paralel sau cu amplificare independentă.

O altă formă de prezentare pentru interdependența intrare ieșire a unui regulator PID este:

$$u(t) = K_c \left(\varepsilon(t) + \frac{1}{T_I} \int_0^t \varepsilon(t) dt + T_D \frac{d\varepsilon(t)}{dt} \right) \quad (2)$$

Relația de definire (2) este impusă de ISA (Instrumentation Systems and Automation Society). Într-o astfel de prezentare constantele reprezintă:

K_c - amplificarea de comandă;

T_I - constanta de timp de integrare;

T_D - constanta de timp de derivare.

Relația (1) este definită pentru o marcare a timpului în secunde iar relația (2) pentru o marcare a timpului în minute.

Interdependența celor două familii de parametrii este imediată

$$\begin{aligned} K_p &= K_c \\ K_I &= K_c / T_I \\ K_D &= K_c \cdot T_D \end{aligned} \quad (3)$$

Stabilirea parametrilor regulatorului PID cu ajutorul criteriului Ziegler–Nichols este deosebit de simplă și se bazează exclusiv pe limita de stabilitate a sistemului funcționând în circuit închis în absența regulatorului. Este necesar să stabilim *factorul de amplificare limită*, deci factorul de amplificare care asigură funcționarea auto-oscilantă a sistemului funcționând în circuit închis. De asemenea este necesară stabilirea *perioadei de oscilație* pentru un astfel de regim. Există o variantă a criteriului Ziegler–Nichols în care parametrii regulatorului pot fi determinați pe baza răspunsului indicial al sistemului funcționând în circuit deschis. O astfel de variantă este prezentată în lucrarea 10.

Dacă vom nota K_{lim} valoarea amplificării care asigură funcționarea la limita de stabilitate și T_{lim} perioada de auto-oscilație a sistemului parametrii regulatorului se determină pe baza relațiilor prezentate în *Tabelul 1*.

Tabelul 1

Regulator	K_c	T_I	T_D
P	$0.5 \cdot K_{lim}$	-	-
PI	$0.45 \cdot K_{lim}$	$T_{lim}/1,2$	-
PID	$0.6 \cdot K_{lim}$	$T_{lim}/2$	$T_{lim}/8$

Valorile parametrilor din *Tabelul 1* caracterizează structura regulatorului din relația (2). Conversia valorilor parametrilor pentru forma de prezentare 1 este imediată (vezi *Tabelul 2*).

Tabelul 2

Regulator	K_p	K_I	K_D
P	$0.5 \cdot K_{lim}$	-	-
PI	$0.45 \cdot K_{lim}$	$0.54 \cdot \frac{K_{lim}}{T_{lim}}$	-
PID	$0.6 \cdot K_{lim}$	$1.2 \cdot \frac{K_{lim}}{T_{lim}}$	$0.075 \cdot K_{lim} \cdot T_{lim}$

Metoda prezentată este extrem de simplă și ușor de aplicat. Din păcate un astfel de criteriu nu furnizează informații referitoare la performanțele sistemului. Este recomandabil ca odată operația de sinteză terminată să se efectueze evaluarea comportării sistemului în buclă închisă cu regulatorul prin simulare.

3. Modul de lucru

În continuare vor fi prezentate, pe un exemplu concret, principalele etape ce trebuiesc parcurse pentru acordarea regulatorului prin metoda Ziegler–Nichols cu ajutorul caracteristicilor frecvențiale.

Considerăm că partea fixată a instalației este caracterizată prin funcția de transfer.

$$H_f(s) = \frac{e^{-0,5s}}{2s^2 + 3s + 1} \quad (4)$$

Determinăm caracteristicile amplitudine-pulsație și fază-pulsație cu următoarea secvență de instrucțiuni:

```
>> num=1;
>> den=[2 3 1];
>> sys=tf(num,den,'ioDelay',0.5)
```

Transfer function:

$$\exp(-0.5*s) * \frac{1}{2s^2 + 3s + 1}$$

```
>> bode(sys,{0.1,10}),grid
```

Caracteristicile amplitudine pulsație și fază pulsație pentru sistemul considerat sunt reprezentate utilizând comanda «bode» din Matlab în *Figura 2*.

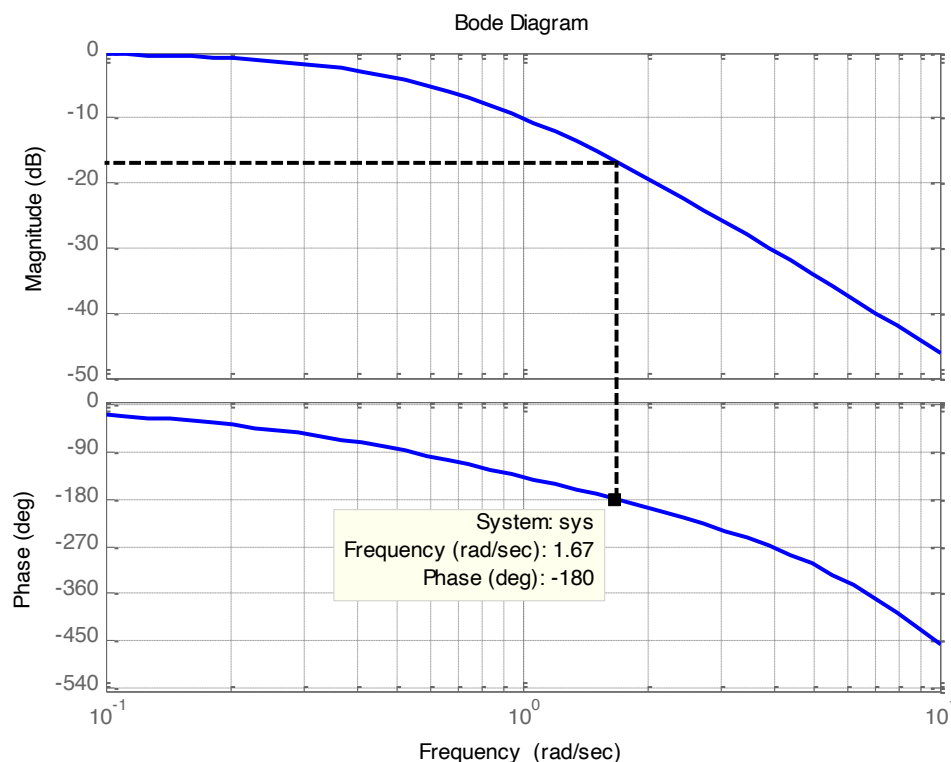


Fig. 2. Caracteristicile amplitudine-pulsație și fază-pulsație ale părții fixate a sistemului de reglare automată

Stabilirea cu exactitate a condițiilor de generare a auto-oscilațiilor se poate face determinând marginea de fază și de amplitudine.

În cazul în care utilizăm Matlab, aceste elemente pot fi stabilite cu subrutina «margin».

```
>> [gm,pm,wg,wp]=margin(sys)
gm =
    6.7536
pm =
   -180
wg =
    1.6651
wp =
     0
```

Obținem astfel direct valoarea $K_{lim}=g_m=6.7536$. Perioada de oscilație se obține imediat:

$$T_{lim} = \frac{2\pi}{\omega g} = \frac{2\pi}{1.6651} = 3.7735$$

Parametrii regulatorului pot fi calculați cu ajutorul *Tabelului 1* pentru o structură a regulatorului de forma (2) (vezi *Tabelul 3*).

Tabelul 3

Regulator	K_c	T_I	T_D
P	3.3768	-	-
PI	3.0391	3.1446	-
PID	4.0522	1.8867	0.4717

Conversia către parametrii fixați de formula (1) pentru caracterizarea legii de reglare se obține imediat conform relațiilor de transformare prezentate în tabelul 2. Se obțin astfel parametrii prezentați în *Tabelul 4*.

Tabelul 4

Regulator	K_p	K_I	K_D
P	3.3768	-	-
PI	3.0391	0.9665	-
PID	4.0522	2.1477	1.9113

Criteriul Zigler–Nichols nu asigură anumite performanțe locale și nici încadrarea acestora în anumite limite. Se recomandă ca după stabilirea parametrilor regulatorului să se verifice prin simulare comportarea sistemului de reglare automată.

În *Figura 3* este prezentată schema de simulare Simulink a sistemului considerat.

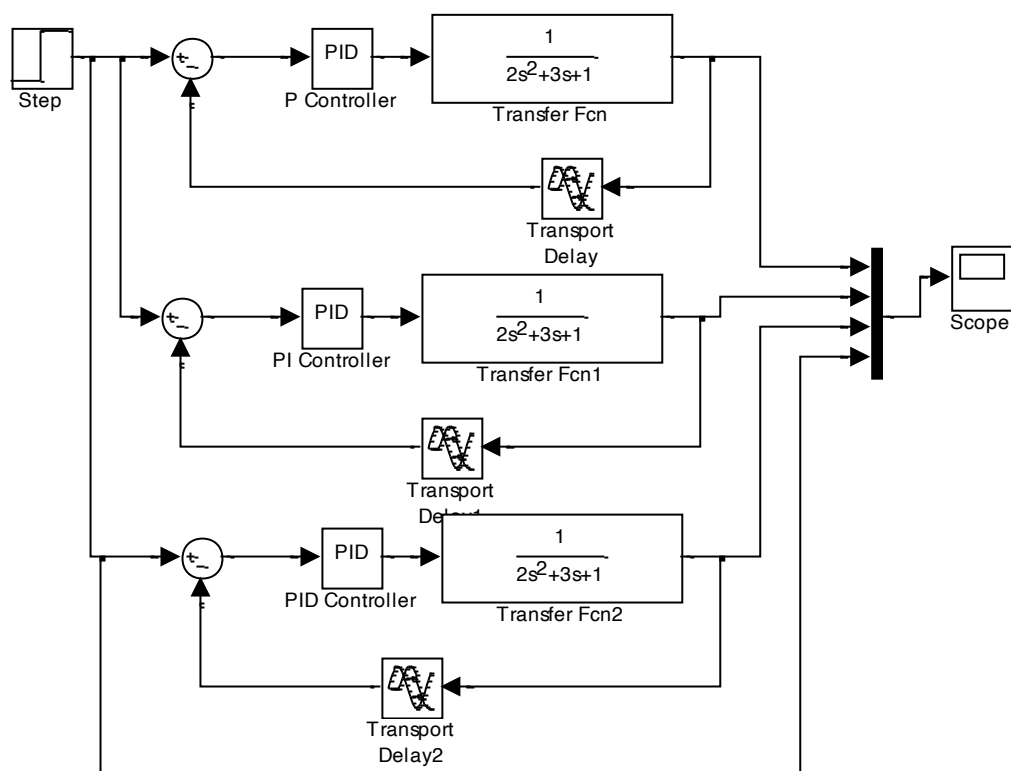


Fig. 3. Schema de simulare a sistemului considerat - Simulink

Răspunsul indicial obținut prin utilizarea unui regulator P, PI, sau PID este prezentat în *Figura 4*.

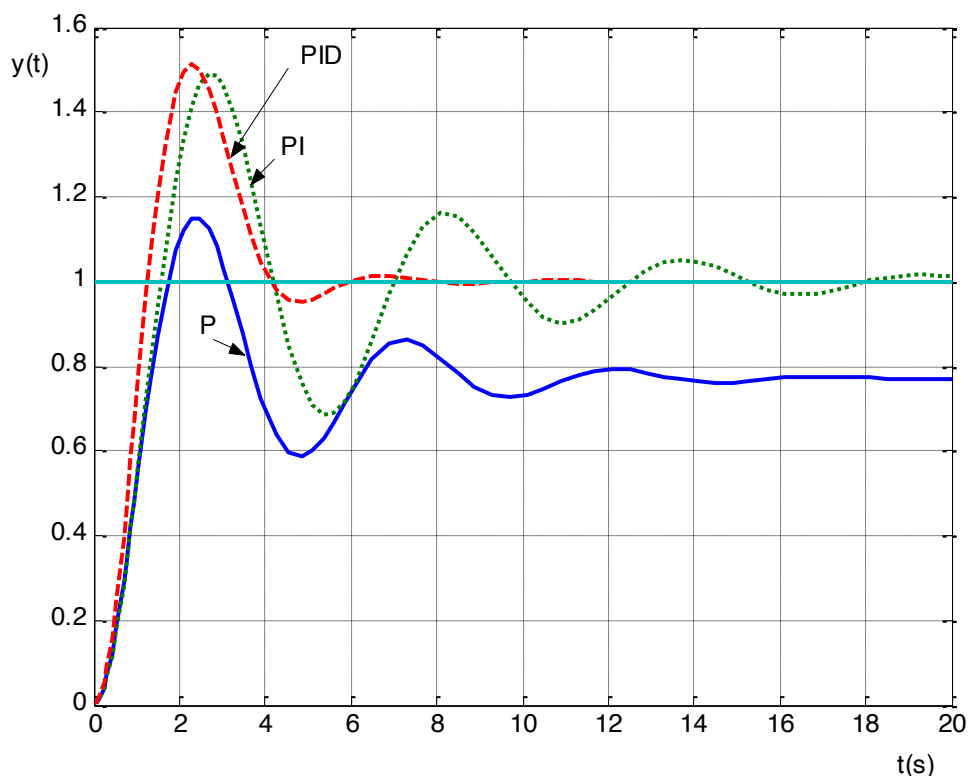


Fig.4. Răspunsul indicial al sistemului cu alegerea reguletoarelor de tip P, PI, PID acordate cu criteriul Zigler-Nichols

4. Chestiuni de studiat

Aplicând metodologia anterioară prezentată se cere acordarea unui regulator PID pe baza criteriului Ziegler–Nicholas pentru cazul în care partea fixată este caracterizată prin funcția de transfer:

$$H_f = \frac{0,7}{(s+1)(s+5)(10s+1)} \quad (5)$$

Indicații Matlab

Se urmează pașii prezentați anterior în cadrul exemplului din secțiunea 3. Se ține cont de faptul că funcția de transfer de la Chestiuni de studiat nu are timp mort.

Indicatii Scilab

Determinăm caracteristicile amplitudine–pulsatie și fază–pulsatie cu următoarea secvență de instrucțiuni:

```
s=poly(0,'s')
h=syslin('c', 0.7/((s+1)*(s+5)(10*s+1)))
show_margins(h)
```

Stabilirea cu exactitate a condițiilor de generare a auto-oscilațiilor se poate face determinând marginea de fază și de amplitudine.

În cazul în care utilizăm Scilab, aceste elemente pot fi stabilite cu subrutinele «g_margin si p_margin».

```
[gm,wg]=g_margin(h)
[pm,wp]=p_margin(h)
```

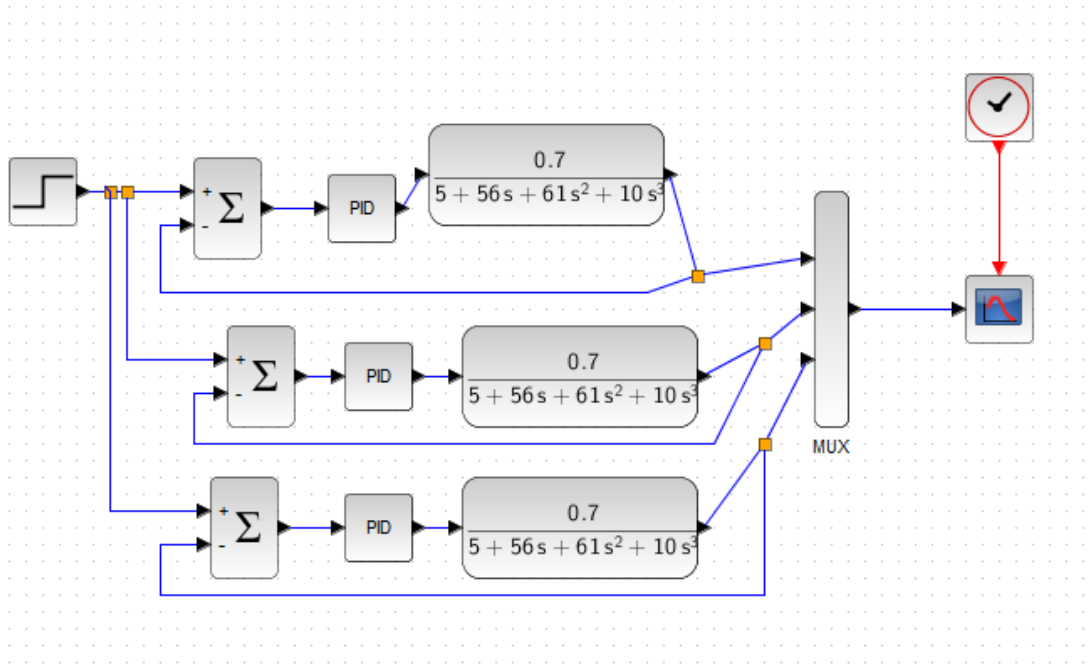
Obținem valoarea K_{lim} si perioada de oscilație T_{lim} astfel:

```
Klim=10^(gm/20)
Tlim=(2*3.14)/(10^wg)
```

Parametrii regulatorului pot fi calculați cu ajutorul *Tabelului 1* pentru o structură a regulatorului de forma (2).

Criteriul Zigler–Nichols nu asigură anumite performanțe locale și nici încadrarea acestora în anumite limite. Se recomandă ca după stabilirea parametrilor regulatorului să se verifice prin simulare comportarea sistemului de reglare automată.

În *Figura 5* este prezentată schema de simulare Xcos a sistemului considerat.



Se analizează răspunsul indicial obținut prin utilizarea unui regulator P, PI, sau PID.